



sociedade
portuguesa de
investigação em
educação
matemática

13 de outubro de 2013

Excelentíssimo Senhor Presidente da
Comissão Parlamentar de Educação, Ciência e Cultura

■ Em julho de 2012, quando da discussão das Metas Curriculares (MC), a Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática (SPIEM) elaborou um parecer¹ enviado ao Ministério da Educação e Ciência propondo que fosse retirada a proposta então em discussão. Tendo por base resultados de investigação nacional e internacional em educação matemática, a SPIEM afirmava então que as metas propostas refletem globalmente uma conceção pobre e redutora do que é a matemática e do que os alunos devem aprender sobre matemática. Na realidade, as MC retomam orientações curriculares já ultrapassadas associadas ao baixo rendimento dos alunos portugueses revelado nas décadas anteriores. Passado mais de um ano, a SPIEM reforça a sua posição, agora aplicando-a não apenas às MC, mas ao Programa de Matemática para o Ensino Básico, entretanto homologado (MEC, 2013), razão pela qual assinou a Petição nº 284/XII/2a, cujos signatários “Pretendem que seja anulada a homologação do novo Programa de Matemática para o Ensino Básico e das Metas Curriculares”, e em análise pela Comissão Parlamentar para a Educação. As razões que estão na base da assinatura por parte da SPIEM são de ordem diversa, podendo ser organizadas nos seguintes temas: 1) As orientações curriculares agora preconizadas - o sentido e significado das alterações introduzidas; 2) O processo desenvolvido de mudança curricular; e 3) O total sentido da inoportunidade da existência de um novo programa. Passa-se, embora de forma necessariamente breve, a apresentá-las.

1. As orientações curriculares agora preconizadas - o sentido e significado das alterações introduzidas

Um programa é constituído por diversas componentes. Nele existem orientações para: as finalidades e objetivos que se estabelecem para o ensino e aprendizagem; os tópicos da área do saber em causa; as abordagens metodológicas apropriadas para a consecução das finalidades e objetivos estabelecidos; e a avaliação das aprendizagens dos alunos e da prática de ensino realizada. Apresenta-se de seguida uma análise das opções curriculares tomadas no programa (MEC, 2013) em cada um destes domínios confrontando-as com os resultados da investigação internacional e nacional realizada em educação matemática.

¹ Disponível em <http://www.spiem.pt/atividades/pareceres/>

Finalidades e objetivos do ensino da Matemática.

A análise dos referidos objetivos e descritores apresentados nas MC, parte integrante deste programa, revela uma perspectiva fortemente redutora do papel e do lugar da resolução de problemas e do raciocínio matemático, quer se observem estas duas capacidades à luz da natureza da matemática, quer à luz do que a investigação diz sobre os processos de aprendizagem da matemática (NCTM, 2000). O significado de resolução de problemas, quando surge, reduz-se exclusivamente a uma ótica de aplicação de conceitos e procedimentos, refletindo a forma como este processo era encarado na década de 80 do séc. XX (Schoenfeld, 2005).

O raciocínio matemático neste programa é visto essencialmente na sua vertente dedutiva, ignorando outros tipos de raciocínio essenciais ao processo de generalização, como seja o raciocínio indutivo e abdução (Davis & Hersh, 1981; Rivera & Becker, 2009). Em particular, o raciocínio indutivo é essencial na aprendizagem matemática dos alunos dos diferentes níveis de escolaridade (Barbosa, 2010; Vale & Pimentel, 2012). Acrescente-se que o raciocínio matemático nunca se encontra associado ao aspeto considerado essencial na atualidade, o da atribuição de significado (*sense making*) (NCTM, 2009), que ajuda os alunos a progressivamente formalizarem os processos de raciocínio.

A comunicação matemática é uma dimensão essencial da aprendizagem matemática (NCTM 2000). Em particular, a comunicação escrita contribui para a aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos (Lim & Pugalee 2004; Porter & Masingila 2000; Stonewater 2002), para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas (Borasi & Rose 1989; Pugalee, 2004), do pensamento crítico (Albert, 2000; Semana & Santos, 2008) e da capacidade de metacognição (Pugalee 2001); e para a perceção do que é a matemática e a sua atividade Clark, Waywood and Stephens 1993). Resultados idênticos podem ser encontrados para a comunicação oral, estabelecida, quer entre o aluno e o professor, quer entre os alunos (Mestre & Oliveira, 2012). Muito embora a comunicação matemática seja referida logo no ponto 3 dos objetivos, ela passa a ser ignorada no desenvolvimento do programa.

Conteúdos e incidência. No tema Números e operações, o programa (MEC, 2013) enfatiza, muito em particular no 1.º ciclo, a preparação rápida da estruturação do algoritmo standard de cada operação, remetendo para um plano muito secundário ou mesmo inexistente o cálculo mental e a estimativa. Tal opção inviabiliza o desenvolvimento nos alunos do sentido de número, entendido como uma compreensão global dos números e das operações, associada à capacidade e vontade de usar esse conhecimento de maneira flexível em raciocínios matemáticos e no desenvolvimento de estratégias úteis que impliquem o trabalho com números e operações (Brocardo, Serrazina, & Rocha, 2008; McIntosh, Reys & Reys, 1992). A abordagem do conceito de fração assenta em formulações muito formais e abstratas, desajustadas ao nível de desenvolvimento cognitivo de alunos deste nível de escolaridade (2.º ciclo de escolaridade). As diferentes representações de fração não são trabalhadas com os alunos de forma continuada, o que cria um contexto dificultador da compreensão deste conceito matemático (Thompson & Saldanha, 2003; Petit, Laird & Marsde, 2010). Ao nível do 3.º ciclo, as operações com números racionais foram reintroduzidas, à semelhança do que acontecia nos programas

dos anos 80 do séc. XX. Então, surgiam somente no 9.º ano. Neste programa surgem no 7.º ano de escolaridade, o que, uma vez mais, se evidencia desajustado. É ainda de fazer notar a desvalorização das potencialidades do uso de tecnologias, colocadas à disposição da sociedade atual, propondo em sua alternativa, por exemplo, a construção de tabelas.

No tema Álgebra, não é possível neste programa encontrar uma perspectiva de desenvolvimento do pensamento algébrico defendida internacionalmente pela investigação em educação matemática. Muito em particular, o desenvolvimento do pensamento algébrico deve iniciar-se no 1º ciclo, não através da inclusão de tópicos algébricos, mas através de experiências de aprendizagem que incluam atividades características deste pensamento, como seja, por exemplo, no contexto de uma aritmética generalizada (Canavarro, 2009; Kaput, 2008). A utilização do simbolismo algébrico e a manipulação algébrica devem ser progressivamente trabalhadas com os alunos (Matos & Ponte, 2009), levando-os em particular a desenvolver o sentido de símbolo (Arcavi, 2006). Contudo, o programa parece ignorar estas recomendações, propondo uma manipulação algébrica formal que tendo em conta os níveis etários dos alunos só poderá ser feita sem qualquer compreensão. Acrescenta ainda novo subtópico, operação com funções lineares e afins e suas propriedades, incluindo as suas demonstrações e provas, ao nível do 3.º ciclo.

No tema Geometria, o desenvolvimento do sentido espacial (Battista, 2007) apresentado neste programa é muito redutor. A visualização espacial e a compreensão das propriedades de figuras geométricas estão omissas, comprometendo o desenvolvimento do raciocínio geométrico e conseqüentemente o raciocínio matemático, em geral. As orientações metodológicas a nível internacional, sugerem uma abordagem da Geometria partindo do espaço para o plano e não a partir de conceitos elementares do plano como ponto, reta, semirreta, direções de reta, etc (Tall, 1995; Van den Heuvel-Panhuizen & Buys, 2008). Contudo, a orientação expressa no programa (MEC, 2013) é exatamente a oposta. Não se compreende qual o referencial teórico que sustenta a progressão na aprendizagem deste tema matemático, que tal como se apresenta no programa (MEC, 2013) contraria orientações dos modelos que a teorizam, de que é exemplo o modelo de Van Hiele (Van Hiele, 1986).

No tema Organização e tratamento de dados, a forma como o programa aborda as ideias estatísticas, parece ignorar o desenvolvimento da literacia estatística dos alunos (Ben-Zvi & Garfield, 2004; Pfannkuch, Regan, Wild & Horton, 2010). Na realidade, em vez de valorizar o estudo e interpretação de situações reais e pertinentes, de modo a permitir aos alunos desenvolverem as capacidades de formular questões, selecionar dados relevantes e usar métodos estatísticos apropriados, avaliar inferências e previsões e compreender e aplicar conceitos básicos de probabilidades, coloca a ênfase na mera execução de técnicas. Numa vasta revisão de literatura intitulada *Research in Probability* pode ler-se que existe um amplo consenso de que o ensino das Probabilidades deve começar nos primeiros anos de modo a proporcionar a construção de intuições sólidas e enraizadas no contacto com experiências aleatórias, o que significa a valorização recorrente da realização e análise de simulações diversas com uma intencionalidade (Jones, Langrall & Mooney, 2007). Assim, inicia-se a aprendizagem do conceito de probabilidade com a descrição de acontecimentos certos, prováveis ou impossíveis, para, mais tarde, a perspetivar como uma medida da tendência de um acontecimento, a qual se pode até quantificar. No entanto, o PMEB

remete o estudo das Probabilidades exclusivamente para o 9.º ano, em formato condensado e com uma abordagem formal, que em nada se adequa às necessidades que a realidade coloca aos alunos no seu dia-a-dia.

Metodologias. O programa (MEC, 2013, p. 28) argumenta que "A experiência acumulada dos professores e das escolas é um elemento fundamental no sucesso de qualquer projeto educativo, não se pretendendo, por isso, espartilhar e diminuir a sua liberdade pedagógica nem condicionar a sua prática letiva. Pelo contrário, o presente Programa reconhece e valoriza a autonomia dos professores e das escolas, não impondo portanto metodologias específicas". Por esta razão, apenas duas orientações metodológicas são referidas. Por um lado, que a Matemática deve ser ensinada em patamares de crescente complexidade, devendo os conteúdos ser retomados para a sua consolidação. Por outro, é feita uma referência ao uso da calculadora.

Ora do exposto, parece inferir-se que qualquer método de ensino é adequado à consecução dos objetivos definidos. Por outras palavras, que o programa é "à prova do professor". Mas tal não é defensável num olhar mais atento. "O professor é a chave última da mudança educativa (...) Os professores não se limitam a transmitir o currículo. Desenvolvem-no, definem-no e interpretam-no" (Hargreaves, 1998, p. IX). Daí que o papel do professor seja essencial. O que ele faz, as tarefas que propõe e a forma como as explora é determinante para o tipo de aprendizagens realizadas pelos alunos (Stein & Smith, 1998; Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008). O programa (MEC, 2013) diz não concordar com o que chama serem prescrições metodológicas do programa revogado de 2007, apesar de este programa não conter prescrições mas sim orientações e sugestões metodológicas. No entanto, o próprio programa (MEC, 2013) acaba agora por efetivamente apresentar prescrições metodológicas (o que é incompatível com a alegada liberdade metodológica do professor que aparentemente advoga) através das MC, reforçando esta posição com os cadernos de apoio ao programa, espartilhando a gestão curricular que cabe ao professor. Ora, as orientações metodológicas (não prescrições metodológicas) que um programa deve conter são essenciais para uma interpretação adequada das opções curriculares que o programa necessariamente contém.

A leitura das recomendações para o uso da calculadora, em que se recomenda expressamente apenas para "em anos escolares mais avançados e sobretudo em situações pontuais de resolução de problemas (...)" (MEC, 2013, p. 29), também coloca questões de incoerência face aos resultados da investigação. Na realidade, embora o uso da calculadora básica tenha começado por ser controverso, os estudos de referência de Hembree & Dessart (1986), complementados pela meta-análise de Ellington em 2003, revelam que as destrezas operatórias dos alunos e a sua capacidade de resolver problemas melhoraram quando as calculadoras são parte integrante do ensino e da avaliação; Os alunos que usaram calculadoras revelaram melhores atitudes face à matemática do que os que não usaram; e mesmo nas situações em que calculadoras não foram permitidas na avaliação, o uso da calculadora não prejudicou o desenvolvimento de competências matemáticas dos alunos.

Avaliação. O espaço dedicado a este ponto é de cerca de meia página num documento com 119 páginas. Assim, desde logo existe o risco de transmitir a ideia aos professores de que a

avaliação é de menor importância nos processos de ensino e de aprendizagem. Acresce o facto de que ao remeter-se para dois documentos legislativos (Decreto-Lei 139-2012, de 5 julho, que estabelece os princípios orientadores da organização, gestão e do desenvolvimento dos ensinos básico e secundário e a avaliação e certificação dos alunos e o Despacho Normativo nº 24-A/2012, de 6 de dezembro, que regulamenta a avaliação de desempenho dos alunos do Ensino Básico), dois novos riscos se acrescentam. Por um lado, desvaloriza-se a avaliação formativa, uma vez que o despacho normativo não lhe faz referência. Ora, um recente relatório da OCDE, sobre a situação educacional em Portugal, propõe, de forma inequívoca, a necessidade de incrementar a avaliação formativa na sala de aula (Santiago, Donaldson, Looney & Nusche, 2012), dado se assistir a uma supremacia, ao nível da escola e da sala de aula, de práticas de avaliação sumativa, em detrimento de uma avaliação ao serviço da aprendizagem. Acresce o facto que a investigação aponta, de forma inequívoca, que os alunos que frequentam aulas em que a avaliação é formativa não só aprendem mais, como obtêm melhores resultados em avaliações externas, exames, do que aqueles que frequentam aulas em que apenas existe avaliação sumativa (Black; Harrison, Lee, Marshall & Wiliam, 2003; McDonald & Boud, 2003).

Por outro lado, parece subentender-se que não existem aspetos específicos a ter em conta na avaliação do desempenho dos alunos em Matemática e na prática de ensino do professor, que os procedimentos e estratégias avaliativas levadas a cabo pelo professor e pelos alunos são idênticas para qualquer área do saber. Tal pressuposto é claramente contrariado através da investigação (Santos, 2011; Wiliam, 2007).

2. O processo desenvolvido de mudança curricular

Esta revogação é ainda preocupante porque, ao contrário de qualquer processo curricular coerente, começa-se por um documento complementar, para só depois se elaborar um programa que se lhe ajuste. Inicia-se com MC que se começa por dizer que são compatíveis com o anterior programa (recusando várias chamadas de atenção feitas por entidades diversas e especialistas através de pareceres fundamentados e de artigos publicados em jornais) e acaba-se por se decidir fazer um novo programa, contrariando qualquer processo de desenvolvimento curricular reconhecido como válido (Gravemeijer, 1994). Parte-se da parte para se chegar ao todo e, neste caso, não se consegue mais do que um documento que continua a ter de essencial e estruturante as MC, parecendo identificar-se com a ideia de que um programa mais não é do que uma listagem de conteúdos (Pacheco, 1996). O empobrecimento do que é um programa é, assim, notório. Aspetos inovadores incluídos no programa revogado (ME, 2007), tais como a maior visibilidade à articulação vertical, aliás destacada de forma positiva no primeiro relatório da Eurydice, Comissão Europeia, sobre educação matemática na Europa (Eurydice, 2011), passaram a estar totalmente ausentes.

Alem disso, este programa impõe-se totalmente numa lógica top-down, não só alheio aos seus protagonistas principais, mas contra a sua vontade, desprezando a voz dos muitos que

contra ele se manifestaram publicamente no tempo reduzido em que essa possibilidade foi aparentemente proporcionada, mas de que ficaram vários pareceres escritos²

3. O total sentido da inoportunidade da existência de um novo programa

A instabilidade ao nível das orientações curriculares é hoje a maior de que há memória. Quando surgiram as MC (ME, 2012), as Metas de Aprendizagem, documento complementar do programa de 2007, estavam a ser experimentadas pela primeira vez no terreno, com um grupo restrito de escolas. Quando da homologação do programa (MEC, 2013), o programa homologado em 2007 não tinha sequer concluído um ciclo total (pela primeira vez, a nível nacional, os alunos do 9.º ano de escolaridade estavam a ter este programa - Quadro 1). Consequentemente, surge um novo programa sem o anterior ter sido sujeito a avaliação, processo considerado essencial para ajuizar da adequação e eficácia de um programa (Eurydice, 2011)!

Quadro 1. Situação dos alunos do Ensino Básico

	Ano letivo	Antecipação PMEB (2007)	Generalização PMEB (2007)
	2009/10	1º, 3º, 5º, 7º	
	2010/11	2, 4º, 6º, 8º	1º, 3º, 5º, 7º
MC (2012)	2011/12	9º	2, 4º, 6º, 8º
PMEB (2013)	2012/13		9º

Estiveram envolvidos na antecipação da generalização do programa de 2007, cerca de 40% dos Agrupamentos de escolas/Escolas não agrupadas (AE/E) do ensino público com Ensino Básico do Continente, abrangendo cerca de 135 000 alunos, metade dos quais do 1º ciclo (Santos, Canavarro, Pinheiro, Santos, Martinho, Pires, Amado & Ferreira, 2010). Estes AE/E não dispunham de manuais escolares adequados a este programa (ME, 2007), mas foram apoiados pelos Professores Acompanhantes do Plano da Matemática II (medida do então Ministério da Educação) e também pelos materiais diversos disponibilizados pelo Ministério da Educação, uns elaborados a partir do processo de experimentação do programa de 2007 (como as sequências de tarefas para o ensino dos vários temas curriculares), outros elaborados por especialistas em educação matemática (como as brochuras).

É ainda de fazer notar que, para o ano letivo de 2012/13, foi decretado que os professores deveriam trabalhar com o programa de 2007 e as MC, entretanto impostas, o que no mínimo seria uma missão impossível, situação para a qual a SPIEM teve o cuidado de alertar (SPIEM, 2012).

Os novos manuais escolares (adequados ao programa de 2007) para os 1.º, 3.º, 5.º e 7.º anos de escolaridade foram publicados atempadamente para que no início do ano letivo de

² Disponíveis em <http://www.apm.pt>

2010/11 pudessem ser usados pelos professores de Matemática e pelos alunos. No ano letivo seguinte, o mesmo aconteceu para os anos de escolaridade seguintes. Contudo, os autores dos manuais escolares foram alertados pelas respetivas editoras para introduzirem mudanças significativas nos manuais que tinham acabado de escrever, de forma a adequá-los às novas orientações curriculares (referindo-se às MC, uma vez que na altura não havia ainda um novo programa). Pelas informações ambíguas e por vezes contraditórias que a tutela foi transmitindo aos Encarregados de Educação, criaram-se grandes dúvidas. Quis-se dar a entender que não seria necessário comprar um novo manual para um dado ano de escolaridade, quando os Encarregados de Educação tinham no ano letivo anterior acabado de comprar um novo. Argumentava-se que os conteúdos matemáticos são sempre os mesmos. Já para não falar das mudanças ocorridas nos conteúdos matemáticos (passagem de conteúdos de uns anos de escolaridade para outros, introdução de novos conteúdos) se assim fosse, qual a necessidade de o MEC desenvolver formação para os professores lecionarem um novo programa?

Do exposto, pode afirmar-se que as mudanças ocorridas nestes últimos anos, no que respeita ao ensino da Matemática, seguiram um ritmo totalmente inapropriado em educação, podendo contribuir para o surgimento de grandes perturbações no ensino e aprendizagem da Matemática. A estabilidade educativa reconhecida como uma característica essencial para o bom funcionamento do sistema educativo (Abrantes, 2001) foi inteiramente posta em causa.

O investimento do Estado Português realizado no ensino e aprendizagem da Matemática. Várias foram as medidas de apoio ao ensino e aprendizagem da Matemática ao nível do Ensino Básico. Sem pretensões de exaustividade, passa-se a destacar duas delas.

O Programa de Formação Contínua em Matemática para professores de 1.º e 2.º ciclos, desenvolvido entre 2005-2011 (ao longo de seis anos) pela totalidade das 18 Instituições de Ensino Superior a nível nacional que formam professores nestes níveis (Universidades e Escolas Superiores de Educação do Ensino Politécnico), que abrangeu 146 docentes entre docentes das instituições do ensino superior e colaboradores e mais de 19 000 professores do ensino público. Faz-se notar que este Programa se orientou, a partir do momento em que foram conhecidas, pelas orientações curriculares da proposta do então novo programa em discussão, em 2006, para a preparação dos professores para a leção desse programa.

Os Plano da Matemática I e II que decorram ao longo de 6 anos (2006/2009 e 2010/2012). Em particular, o PM II, que incluiu apoio à implementação do programa de 2007, envolveu no seu 3.º ano cerca de 630 000 alunos que cobriam todos os ciclos do Ensino Básico (80% dos alunos do Ensino Básico nas escolas públicas no Continente, o PM I no seu terceiro ano tinha envolvido mais de 400 000 alunos), 93% dos AE/E aderiram a esta medida. As condições oferecidas por esta medida, criaram a possibilidade de assessorias/pares pedagógicos (tanto em Estudo Acompanhado como em sala de aula) e a atribuição do Estudo Acompanhado à Matemática, aumentando a carga horária dos alunos nesta disciplina e favorecendo o trabalho dos professores com o programa em vigor.

Dispõe-se de indicadores credíveis internacionais que apontam para um progresso inequívoco das aprendizagens matemáticas dos alunos portugueses. É o caso dos

resultados obtidos pelos alunos com 15 anos no estudo internacional PISA (OECD, 2010). Portugal é o 4.º país que mais progrediu em 2009 em literacia matemática, verificando-se uma aproximação à média da OCDE. Mais importante, ainda, verificou-se uma redução da percentagem de resultados de nível 1 ou abaixo de 1 e o aumento de níveis mais elevados (pela primeira vez é possível encontrarem-se alunos com resultados no nível 6).

Mais recentemente, no TIMSS 2011, os resultados em Matemática dos alunos do 4º ano posicionam Portugal no 15º lugar (Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012). Se atendermos aos resultados médios destes alunos, pelo nível das questões a que responderam, podemos observar que Portugal apresenta em qualquer um dos quatro níveis um valor médio sempre superior à média (Quadro 2).

Quadro 2. Percentagem de alunos por nível de complexidade dos itens

Nível*	Média de todos os países participantes	Portugal
Avançado	4%	8%
Elevado	28%	40%
Intermédio	69%	80%
Baixo	90%	97%

*Nível avançado - aplica compreensão em situações relativamente complexas e explica raciocínios

Nível elevado - aplica conhecimentos compreensão na resolução de problemas

Nível intermédio - aplica conhecimentos básicos em situações diretas

Nível baixo - Tem alguns conhecimentos básicos de Matemática

Fica, portanto, difícil de compreender a pertinência do argumento usado pelo MEC para justificar a homologação de um novo programa de Matemática para o Ensino Básico: "A última Revisão da Estrutura Curricular (...) visa melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem, através de uma cultura de rigor e de excelência desde o Ensino Básico" (MEC, 2013, p. 1)

Em síntese, através da introdução de alterações curriculares soltas e fundamentadas de forma inapropriada, e por vezes mesmo contraditória, seguindo uma sequência inexplicável, faz-se tábua rasa de um largo investimento financeiro, pago pelo erário público, que começava a dar frutos. Cria-se um programa que ignora todo o corpo de conhecimento gerado pelos resultados da investigação em educação matemática e que, ao contrário do que é afirmado pelos seus autores, reduz o nível de exigência da aprendizagem matemática. A SPIEM reitera a posição assumida ao assinar a Petição nº284/XII/2a, em julho de 2013, e alerta para as graves consequências que a médio e longo prazo trará a permanência em vigor do programa (MEC, 2013). Este programa não prejudica apenas os alunos atualmente na escola, mas compromete aquilo que será a futura competência matemática do país.

Pela direção da Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática

A presidente



(Professora Doutora Leonor Santos)

Referências

- Abrantes, P. (2001) Mathematical competence for all: options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics*, vol 47(2), 125-143.
- Albert, L.R. (2000). Outside-in – Inside-out: Seventh-grade students' mathematical thought processes. *Educational Studies in Mathematics*, 41(2), 109-141.
- Arcavi, A. (2006). El desarrollo y el uso del sentido de los símbolos. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & A. P. Canavarró (Ogrs.), *Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores* (pp. 29-48). Lisboa: SEM-SPCE.
- Barbosa, A. (2010). A resolução de problemas que envolvem generalização de padrões em contextos visual: Um estudo longitudinal com alunos do 2º ciclo do ensino básico (Tese de doutoramento, Universidade do Minho)
- Battista, T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In Frank K. Lester, Jr. (Eds.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 843-908). Reston, VA: NCTM.
- Ben-Zvi D. & Garfield, J. (2004). Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: goals, definitions and challenges. In D. Ben-Zvi and J. Garfield (eds), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 3-15). Kluwer Academic Publishers.
- Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & Wiliam, D. (2003). *Assessment for learning. Putting into practice*. London: Open University Press.
- Bongiovanni, Vincenzo McIntosh, A., Reys, B. J. & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8 & 44.
- Borasi, R., & Rose, B. J. (1989). Journal writing and mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 20,347-165.
- Brocardo, J., Serrazina, L., & Rocha, I. (Edits.). (2008). *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Lisboa: Escolar Editora.

- Canavarro, A. P. (2009). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, 16(2), 81-118.
- Clarke, D., Waywood, A., & Stephens, M. (1993). Probing the structure of mathematical writing. *Educational Studies in Mathematics*, 25, 235-250.
- Davis, P. & Hersh, R. (1981). *The mathematical experience*. Boston: H. Mifflin Company.
- Ellington, A. J. (2003). A meta-analysis of the effects of calculators on students' achievement and attitude levels in precollege mathematics classes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(5), 433-463.
- Eurydice (2011). *Mathematics Education in Europe: Common Challenges and National Policies*. Brussels: Education, Audiovisual and Culture Executive Agency. (versão draft)
- Gravemeijer, K. (1994). Educational development and developmental research in mathematics education. *Journal of Research in Mathematics Education*, 25(5), 443-471.
- Hargreaves, A. (1998). *Os professores em tempo de mudança*. Lisboa: McGraw Hill. (obra original em inglês, publicada em 1994)
- Hembree, R., & Dessart, D.J. (1986). Effects of Hand-held Calculators in Precollege Mathematics education: A Meta-analysis. *JRME*, 17, 83-99.
- Lim, L., & Pugalee, D. (2004). Using journal writing to explore "they communicate to learn mathematics and they learn to communicate mathematically". *Ontario Action Researcher*, 7(2).
- Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp.5-17). New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Matos, A. S., & Ponte, J. P. (2009). Exploring functional relationships to foster algebraic thinking in grade 8. *Quaderni di Ricerca in Didattica, Supplemento n.4 al n. 19*, 25-34.
- McDonald, B. & Boud, D. (2003). The impact of self assessment on achievement: the effects of self assessment training on performance in external examinations. *Assessment in Education*, 10(2), 209-220.
- Mestre, C. & Oliveira, H. (2012). A co-construção da generalização nas discussões coletivas: Um estudo com uma turma do 4.º ano. *Quadrante*, XXI(2), 111-138.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International results in mathematics*. Boston: International Study Center, Boston College. (disponível em <http://timssandpirls.bc.edu/timss2011/international-results-mathematics.html>)
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (2009). *Focus in high school mathematics: Reasoning and sense making*. Reston, VA: NCTM.

- OECD (2010). *PISA 2009 Results: What students know and can do. Students performance in reading mathematics and science* (Vol. I). (disponível em <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2009/pisa2009keyfindings.htm>)
- Pacheco, J. (1996). *Currículo: teoria e prática*. Porto: Porto Editora.
- Petit, M., Laird, R., & Marsde, E. (2010). *Focus on fractions: Bringing research to the classroom*. New York: Routledge.
- Pfannkuch, M., Regan, M., Wild, C. J., & Horton, N. J. (2010). Telling data stories: Essential dialogues for comparative reasoning. *Journal of Statistics Education*, 18(1), 1-38.
- Porter, M. & Masingila, J. (2000). Examining the effects of writing on conceptual and procedural knowledge in calculus. *Educational Studies in Mathematics*, 42, 165-177.
- Pugalee, D. (2001). Writing, mathematics, and metacognition: Looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School Science and Mathematics*, 101(5), 236-245.
- Pugalee, D. K. (2004). A comparison of verbal and written description of students' problem solving processes. *Educational Studies in Mathematics*, 55, 27-47.
- Rivera, F., & Becker, J. (2009). Algebraic reasoning through patterns. *Mathematics Teacher in the Middle School*, 15(4), 213-221.
- Santiago, P.; Donaldson, G.; Looney, A. & Nusche, D. (2012). *OECD Reviews of evaluation and assessment in education: Portugal*. OECD (<http://www.oecd.org/edu/evaluationpolicy>)
- Santos, L. (2011). Avaliar para aprender matemáticas, *UNO, Evaluación desde el centro escolar y matemáticas*, 57, 32-42.
- Santos, L., Canavarro, A., Pinheiro, A., Santos, E., Martinho, H. Pires, M., Amado, N. & Ferreira, R. *Plano da Matemática II e Novo Programa de Matemática do Ensino Básico, Relatório final de ano, Ano letivo de 2009/10*, Novembro de 2010. (disponível em <http://www.dgicd.min-edu.pt/ensinobasico/index.php?s=directorio&pid=74#i>)
- Schoenfeld, A. (2005). Curriculum development, teaching, and assessment. In L. Santos, A. Canavarro & J. Brocardo (Orgs.), *Educação matemática: caminhos e encruzilhadas* (pp. 13-41). Lisboa: APM.
- Semana, S. & Santos, L. (2008). A avaliação e o raciocínio matemático. *Educação e Matemática*, 100, 51-60.
- SPIEM (2012). Parecer sobre o documento “Metas Curriculares” para o Ensino Básico – Matemática. (disponível em <http://www.spiem.pt/atividades/pareceres/parecer-2012/>)
- Stonewater, J. (2002). The mathematics writer's checklist: The development of a preliminary assessment tool for writing in mathematics. *School Science and Mathematics*, 102(7), 324-334.

- Stein, M., Smith, M.(1998).Selecting and creating mathematical *tasks*: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275.
- Stein, M. , Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*,10(4), 313-340.
- Tall, D. (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. Em L. Meira e D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the Nineteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 61-75). Recife, Brasil.
- Thompson, P. W., & Saldanha, L. (2003).Fractions and multiplicative reasoning. In J. Kilpatrick, G. Martin & D. Schifter (Eds.), *Research companion to the Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 95-114). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Vale, I. & Pimentel, T. (2012). Os padrões e raciocínio indutivo em matemática. *Quadrante*, XXI(2), 29-50.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. and Buys, K. (Eds.) (2008).*Young Children Learn Measurement and Geometry. A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for the Lower Grades in Primary School*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Van Hiele, P. (1986). *Structure and Insight*. London: Academic Press.
- William, D. (2007). Keeping learning on track. In F. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1053-1098). Charlotte: Information Age Publishing.