Comunicação e representações na aprendizagem dos números racionais no 5.º ano de escolaridade

João Pedro da Ponte
Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
Marisa Quaresma
Escola Básica 2,3 de Poceirão, Palmela
Maria João Costa
Escola Básica 2,3 de Alapraia, Cascais

RESUMO

Este artigo debruça-se sobre a compreensão dos números racionais dos alunos do 5.º ano do ensino básico, tendo em atenção o modo como usam as representações em especial a verbal e a simbólica (de fracção). O desenvolvimento da capacidade de comunicação dos alunos constitui um objectivo curricular importante da disciplina de Matemática, permitindo o desenvolvimento dos significados matemáticos por parte dos alunos e a sua compreensão dos conceitos. A comunicação apoia-se no uso de linguagem oral e escrita e esta remete para o uso de várias representações, essenciais na Matemática escolar. O estudo tem por base a observação participante de um grupo de alunos realizada por dois investigadores, um dos quais a professora de Matemática da turma. A recolha de dados envolveu observação directa, registo vídeo e recolha de documentos produzidos pelos alunos. Os resultados mostram que os alunos conseguem interpretar a representação simbólica de operadores fraccionários como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ mas têm muita dificuldade ou não sabem mesmo como exprimir estes operadores em termos verbais. Esta dificuldade limita seriamente a sua compreensão dos números racionais, levando-os a desenvolver um significado essencialmente numérico, ligado à ideia de divisão, vendo uma fracção como a indicação de uma "conta" que é necessário fazer. O estudo sugere, por isso, a necessidade de trabalhar de forma integrada, não só as representações fracção e decimal, mas também as representações verbal e pictórica.

O novo *Programa de Matemática do Ensino Básico* encara a comunicação como uma capacidade transversal desta disciplina. Para o programa, a "comunicação envolve as vertentes oral e escrita, incluindo o domínio progressivo da linguagem simbólica própria da Matemática" (ME, 2007, p. 8). A representação é considerada como uma das vertentes da comunicação, envolvendo objectivos de aprendizagem como "interpretar a informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas" e "representar informação e ideias matemáticas de diversas formas" (ME, 2007, p. 47). Este artigo debruça-se sobre a compreensão que os alunos do 5.º ano do ensino básico revelam sobre os números racionais, tendo em atenção os seus processos de comunicação e o modo como usam as representações verbal e simbólica (de fracção).

É usual distinguir diversos significados (ou subconstructos) de número racional. Por exemplo, Lamon (2001) e Charalambous e Pitta-Pantazi (2007) referem os seguintes: (i) *parte-todo* – um certo objecto (todo) está dividido em partes iguais, das quais são consideradas várias partes – significado fundamental, essencial para a compreensão dos restantes; (ii) *razão* – compara duas quantidades da mesma natureza ou de natureza distinta; (iii) *operador* – transforma o cardinal de um conjunto discreto e pode ser partitivo ou multiplicativo-partitivo; (iv) quociente – refere-se a uma situação de divisão, ou seja, a fracção $\frac{x}{y}$ indica o valor que se obtém quando x é dividido por y, sendo x e y números inteiros (Kieran, 1993); e (v) *medida* – compara uma grandeza com outra tomada como unidade (Monteiro e Pinto, 2005). Neste artigo são analisadas tarefas que envolvem os significados parte-todo e operador.

COMUNICAÇÃO E REPRESENTAÇÕES NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ESCOLAR

O desenvolvimento da capacidade de comunicação (oral e escrita) dos alunos constitui um objectivo curricular importante da disciplina de Matemática. A linguagem oral, estreitamente associada à linguagem corporal, serve de suporte ao pensamento, tendo um papel essencial no ensino-aprendizagem da Matemática a nível escolar. A linguagem escrita, incluindo todo o tipo de registos simbólicos, pictóricos e geométricos, assume também grande importância no ensino-aprendizagem desta disciplina. A utilização das linguagens oral e escrita não só permite aos alunos falar dos objectos e noções matemáticos, mas permite-lhes igualmente reflectirem sobre a sua compreensão da Matemática, ajudando-os a fazer conexões e a clarificar conceitos (ME, 2007).

Quando os alunos comunicam matematicamente, recordam, compreendem e usam conhecimentos anteriores e desenvolvem novos conhecimentos. Interagindo com os outros, alargam e aprofundam assim o seu conhecimento matemático (Ponte e Serrazina, 2000). Cabe ao professor incentivá-los a clarificar os conceitos através da comunicação, promovendo a negociação oral de significados e o registo escrito das suas estratégias de resolução de problemas, uma vez que estes registos ajudam a precisar as ideias e servem de apoio à reflexão e ao aprofundamento dos conceitos.

A comunicação tem um papel essencial para que os alunos possam compreender os conceitos e atribuir-lhes significados matemáticos. A construção de significados matemáticos evolui por etapas sucessivas, através da sua expressão de forma oral ou escrita, pelos alunos, regulada pelo professor. Para que tal aconteça, é necessário que estes se sintam à vontade para intervir e também que saibam auto-regular-se para intervir a propósito e de forma adequada. Os significados matemáticos emergem das conexões entre as ideias matemáticas em discussão e os outros conhecimentos pessoais do aluno. Como referem Bishop e Goffree (1986), as novas ideias são significativas na medida que o aluno é capaz de fazer conexões com outras ideias matemáticas e com outros aspectos do seu conhecimento pessoal.

O professor e os alunos têm de negociar os diferentes significados, justificando as suas ideias matemáticas com vista à construção de um significado socialmente partilhado e compreendido por todos. Neste sentido, os significados matemáticos não existem por si mas são gerados durante o processo de comunicação e interacção social. Por isso, no processo de construção do conhecimento matemático é fundamental que os alunos possam dispor de momentos em que se exprimem com grande liberdade, sem se sentirem constrangidos pela observação do professor ou pelo olhar colectivo de toda a turma. Essa é, indiscutivelmente, uma das grandes virtualidades do trabalho em pequeno grupo.

A comunicação apoia-se assim no uso de linguagem oral e escrita e esta remete para o uso de várias representações. Segundo o NCTM (2007), algumas formas de representação – tais como diagramas, gráficos e expressões simbólicas – são essenciais na Matemática escolar. Este documento critica o facto destas representações serem ensinadas e aprendidas, na maior parte das vezes, como se fossem um fim em si mesmas, o que limita o seu poder e utilidade como instrumento de aprendizagem da Matemática.

Para Goldin (2000), uma representação é uma configuração de sinais, caracteres, ícones ou objectos que podem de alguma maneira significar ou "representar" algo. Por exemplo, um algarismo é um símbolo que se refere a um número associado, por exemplo, a conjunto concreto de objectos. Tanto os algarismos como os gráficos são exemplos de representações concretas e estáticas. São representações externas – que podem ser encontradas em manuais ou produzidas por professores e alunos. Para este autor, as representações raramente têm significado sozinhas – têm que ser compreendidas no quadro de um dado sistema. É o que acontece, por exemplo, com as representações das fracções e dos numerais decimais, assim como dos próprios números naturais no sistema decimal de posição.

Representar um número significa atribuir-lhe uma designação, devendo os alunos compreender que, para um dado número, podem existir não apenas uma mas sim várias designações. Como refere o NCTM (2007), os números racionais podem ser representados de diferentes formas – verbal-pictórica, fraccionária, decimal, geométrica e percentagem – que os alunos devem compreender de modo a desenvolverem a sua capacidade de raciocínio e de resolução de problemas.

Relativamente à representação verbal, Streefland (1991) refere a importância de trabalhar as fracções partindo dos seus nomes (metade, um terço, um quarto, etc.). Usualmente, os alunos começam por resolver questões envolvendo um misto de representações verbais e pictóricas (desenhos ou esquemas). Na resolução de tarefas, estes esquemas servem de base a estratégias que permitem a ligação entre a interpretação da informação do enunciado e a respectiva solução.

Monteiro e Pinto (2007) apontam alguns mal entendidos que os alunos apresentam na sua compreensão dos numerais decimais: (i) confundir décimas e centésimas, por exemplo, 2,5 e 2,05; (ii) considerar que 1,456 é maior que 1,5; e (iii) pensar que entre 0,1 e 0,2 não existem números racionais. As mesmas autoras referem que os erros onde intervêm fracções são igualmente muito comuns. Por exemplo: (i) considerar que $\frac{1}{4}$ é maior do que $\frac{1}{3}$, "porque 4 é maior que 3"; (ii) referir que $\frac{1}{2}$= 1,2; e (iii) não conceptualizar a unidade.

Em relação à representação geométrica, Goldin e Shteingold (2001) referem que o recurso à recta numérica é importante pois permite destacar facilmente as relações de ordem. Para Monteiro e Pinto (2007) esta representação é um recurso didáctico importante na medida em que permite evidenciar a densidade dos números racionais.

A percentagem é uma forma de representação importante, dada a sua presença no dia-a-dia dos alunos. Baseados em múltiplas investigações Parker e Leinhardt (1995) referem que as dificuldades dos alunos incluem: (i) a compreensão do símbolo %; (ii) convertendo incorrectamente decimais em percentagens e vice-versa (por exemplo, transformando 150% em 0,150 ou 0,8 em 8%); (iii) o cálculo incorrecto de percentagem de uma parte de um todo (por exemplo escrevendo que 60 = 50% de 30); e (iv) o cálculo de percentagens maiores que 100.

Segundo Owens (1993), a representação decimal e a fracção devem surgir em simultâneo para que o aluno compreenda que ambas traduzem a mesma situação e pertencem ao mesmo conjunto de números. Uma ideia semelhante é assumida no novo *Programa de Matemática do Ensino Básico* (ME, 2007):

> As representações fraccionária e decimal dos números racionais surgem agora em paralelo. Em cada situação o aluno deve ser capaz de usar a representação mais adequada, mas deve igualmente ser capaz de passar com facilidade de uma representação para a outra. (p. 7)

Isto representa uma mudança considerável em relação ao programa anterior de Matemática do 1.º ciclo português (ME, 1990) no qual a primeira representação que surgia de número racional era a de numeral decimal. A representação em fracção surgia apenas associada ao significado operador, sendo trabalhada nos casos simples de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$... mas, geralmente sem fazer uma ligação natural entre as representações em fracção e decimal. No entanto, não existe uma ideia clara das aprendizagens efectivamente realizadas pelos alunos, quer no trabalho com numerais decimais, quer no trabalho com fracções como operadores, quer ainda na capacidade de estabelecer conexões entre as duas representações.

O novo programa (ME, 2007) indica como objectivos gerais de aprendizagem para o 1.º ciclo, no campo dos Números e operações, que os alunos sejam capazes de operar com números racionais não negativos na representação de numeral decimal. Este programa aponta que:

> Os números racionais começam a ser trabalhados nos dois primeiros anos com uma abordagem intuitiva a partir de situações de partilha equitativa e de divisão da unidade em partes iguais, recorrendo a modelos e à representação em forma de fracção nos casos mais simples e é nos 3.º e 4.º anos que o estudo destes números vai ser aprofundado, quer recorrendo a problemas que permitam trabalhar outros significados das fracções, quer introduzindo números representados na forma decimal (usualmente designados por números decimais) a partir de situações de partilha equitativa ou de medida, refinando a unidade de medida. (p. 15)

O programa (ME, 2007) sugere que se use o contexto do dinheiro, como propício para trabalhar a representação decimal dos números racionais, dada a relação entre o euro e o cêntimo. Indica, ainda, que no 1.º ciclo, o trabalho com os números racionais deve incluir a exploração de situações que, de uma forma intuitiva, contribuam para o desenvolvimento da compreensão dos conceitos de razão e de proporção.

Para Lamon (2001), cada significado tem o seu conjunto de representações e operações, ou seja, cada modo de representação captura algumas – mas não todas – as características dos números racionais. Mesmo dentro de um modelo de representação – por exemplo, o modelo pictórico – podem haver variações do significado, dependendo se os objectos são contínuos ou discretos, se são objectos unitários ou compostos, etc.

A maior ou menor facilidade em lidar com diferentes representações dos números racionais liga-se com o "sentido de número":

> A compreensão geral que uma pessoa tem dos números e das operações, juntamente com a destreza e predisposição para usar essa compreensão de modo flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis para lidar com números e operações. Reflectindo-se na tendência e na capacidade para usar os números e os métodos quantitativos como meio de comunicação, processamento e interpretação de informações. (McIntosh, Reys e Reys, 1992, p. 3)

McIntosh et al. (1992) consideram que o sentido do número é algo pessoal e relaciona-se com as ideias que cada um desenvolve sobre os números e com o modo como essas ideias se relacionam entre si e com outras ideias. Para estes autores a aquisição do sentido do número é algo gradual, começando muito antes de iniciar a educação formal.

METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Uma vez que se pretende estudar um fenómeno ligado à comunicação e compreensão de conceitos matemáticos, optou-se por uma abordagem qualitativa e interpretativa (Bogdan e Biklen, 1994). O estudo tem por base observação participante (Jorgensen, 1989) uma vez que esta metodologia permite uma relação muito próxima do investigador com o objecto de estudo, no seu contexto natural. Assim, optou-se pela observação de um grupo de três alunos, observação que foi realizada por dois investigadores, um dos quais a professora de Matemática da turma.

Esta professora é também a directora de turma e professora de Ciências da Natureza, Estudo Acompanhado e Formação Cívica, tendo portanto um forte contacto semanal com os alunos. A turma é composta por 22 alunos, 9 raparigas e 13 rapazes, com idades compreendidas entre os 10 e os 12 anos de idade (a maioria com 10 anos), 6 dos quais já reprovaram em anos anteriores. É uma turma que revela falta de hábitos e métodos de trabalho, nomeadamente em pares. É receptiva a novos tipos de tarefa e mantém um ritmo de trabalho equilibrado. Os alunos provêm de famílias de classe socioeconómica média ou média-baixa e os encarregados de educação, na sua maioria, têm como habilitações académicas o 2.º ou 3.º ciclo e, mais raramente, o ensino secundário. A escola está inserida num meio rural muito disperso e todos os alunos são de pequenas localidades próximas, deslocando-se diariamente de transporte público ou por meios próprios para a escola.

Tendo em conta as informações já detidas pela professora, os alunos que formavam o grupo observado foram seleccionados de modo a terem diferente aproveitamento escolar e apresentarem uma razoável capacidade de expressão oral e escrita (comunicação). Assim, Amélia é uma aluna empenhada e interessada, que os colegas reconhecem como "a melhor da turma" Revela um enorme gosto pela escola, sendo sua brincadeira preferida "ser professora". Diz que em casa "ensina" diariamente à avó o que aprende na escola. É atenta e organizada, tem facilidade em expressar-se oralmente e por escrito, e gosta de apresentar as suas ideais. Tem espírito de líder, mas geralmente só o exerce no pequeno grupo. César revela grande responsabilidade no que diz respeito ao seu comportamento e aproveitamento escolar. No 1.º ciclo, ficou retido um ano, devido as dificuldades de concentração e de aprendizagem, tendo-lhe sido diagnosticada hiperactividade e desde então é medicado diariamente. Quer ter boas notas e trabalha para isso, sendo um aluno organizado, que se esforça por estar atento mas distrai-se com facilidade. Revela dificuldade em expressar-se, especialmente por escrito, mas gosta de participar e de apresentar as suas ideais. Finalmente, Daniel está a repetir o 5.º ano, tendo ficado retido no ano anterior devido à falta de empenho e trabalho e também ao seu comportamento. Este ano disse que estava arrependido e que queria uma nova oportunidade e, até ao momento, tem-se esforçado e empenhado.

Apesar da sua falta de assiduidade, no final do 1.º período tinha conseguido melhorar os seus resultados. Distrai-se com facilidade e tem dificuldade em organizar os seus materiais, mas gosta de participar e de apresentar as suas ideias, tendo mais facilidade em expressar-se oralmente do que por escrito. Tem espírito de líder e os colegas reconhecem-lhe esse estatuto.

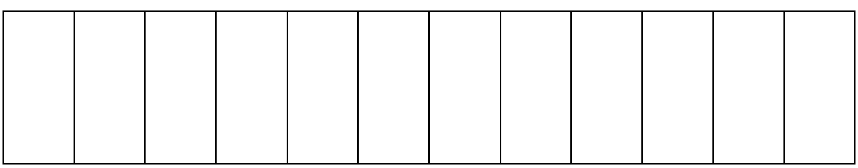
As tarefas usadas na aula foram escolhidas para servir de diagnóstico relativamente à compreensão que os alunos do 5.º ano têm dos números racionais. Os alunos trabalharam em grupo durante cerca de metade do tempo e na outra metade realizou-se a discussão das tarefas em grande grupo. No presente artigo, por constrangimentos de espaço, discutimos apenas duas das seis tarefas realizadas pelo grupo.

Toda a aula foi registada em vídeo, mas durante o tempo em que os alunos trabalharam em grupo, apenas foi filmado o trabalho de Amélia, César e Daniel. O grupo foi também observado directamente pelo segundo investigador presente na aula e pela própria professora quando interagiu com ele. Foram também recolhidas as produções escritas destes alunos. Posteriormente, procedeu-se à transcrição integral da aula. A análise dos dados começou por identificar os principais segmentos na resolução de cada uma das seis tarefas, notando eventos marcantes no que respeita à compreensão dos números racionais e à comunicação. Os aspectos menos claros no desempenho dos alunos deram origem a novas observações do registo vídeo. Finalmente, seleccionámos diversos episódios que considerámos particularmente relevantes relativamente ao conhecimento da linguagem verbal e simbólica das fracções e também ao seu conceito de explicação matemática, e que analisamos neste artigo.

AS TAREFAS E A INTERPRETAÇÃO QUE DELAS FAZEM OS ALUNOS

Problema 1

A avó do Luís deu-lhe um chocolate como aquele que mostra a figura. O Luís decidiu dar $\frac{1}{4}$ do chocolate ao seu amigo Rodrigo. Assinala a sombreado a parte do chocolate que o Luís de ao Rodrigo.



Problema 2

A Maria tem 60 bombons que quer partilhar com alguns colegas. Deu $\frac{1}{2}$ aos colegas da natação e $\frac{1}{3}$ aos colegas da turma.

a) Quantos bombons deu a Maria aos colegas da natação?

b) E aos colegas da turma?

c) Quantos bombons sobraram à Maria?

O problema 1 corresponde a uma situação contextualizada, envolvendo uma grandeza contínua (barra de chocolate), que se apresenta dividida em doze partes (e, portanto, discretizada). A informação é dada em linguagem verbal com elementos simbólicos ($\frac{1}{4}$) e pictóricos e a resposta é pedida em termos pictóricos. O problema 2, pelo seu lado, corresponde a uma situação contextualizada, envolvendo uma grandeza discreta (número de bombons). A informação é dada em linguagem verbal com elementos simbólicos ($\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$), cada uma das três alíneas pede uma resposta numérica, requerendo a última alínea a combinação de diversas informações para produzir a resposta.

Amélia e Daniel não evidenciam dificuldade na interpretação do enunciado do problema 1. César, contudo, revela algumas dificuldades. É ele quem lê o enunciado, esbarrando no símbolo $\frac{1}{4}$, símbolo este que é interpretado como "um quarto" por Daniel e tanto este como Amélia parecem perceber o que têm que fazer para resolver o problema. Também no problema 2, Amélia e Daniel parecem não ter muita dificuldade em compreender o enunciado do problema. Percebem o que devem fazer e delineiam uma estratégia geral de resolução que lhes permite chegar à resposta correcta para todas as alíneas. César vai acompanhando os colegas, que em alguns momentos, evidenciam preocupação se ele está ou não a compreender a sua resolução.

RESULTADOS

Conhecimento da linguagem verbal das fracções

Um aspecto que se salienta do trabalho dos alunos é a grande dificuldade no uso da linguagem verbal das fracções. Isso é evidente no seguinte diálogo:

> 1) César (lê o enunciado) – A avó do Luís deu-lhe um chocolate, como aquele que mostra a figura, o Luís decidiu dar... (faz uma expressão admirada ao se deparar com o símbolo $\frac{1}{4}$ e bloqueia)
> 2) Daniel – ... Um quarto.
> 3) César – …Um quarto do chocolate ao seu amigo Ricardo.
> 4) Daniel – Rodrigo!
> 5) Amélia – Rodrigo!

6) César – ... Rodrigo. Assinala... Assinala a sombreado a parte do chocolate que o Luís de... de ao... que o Luís de ao Ricardo.
7) Amélia – Deu ao Ricardo...
8) Daniel – Ya, mas aqui está de...
9) Amélia – Pois, mas é deu.
10) Daniel – Ya...
11) Amélia – Então vá... Então é um quarto, já não me lembro...
12) Daniel – Quanto era... 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12...

Neste diálogo, na linha 1, César não consegue ler o símbolo $\frac{1}{4}$, símbolo esse que é igualmente desconhecido de Amélia. César lê o enunciado com alguma dificuldade, o que o leva a confundir os nomes dos alunos mencionados na tarefa (diz Rodrigo por Ricardo). Na linha 6, evidencia-se a dificuldade de César em perceber a gralha no enunciado ("de" em vez de "deu"). Esta dificuldade é prontamente resolvida por Amélia, que parece ter alguma "autoridade" junto dos colegas de grupo. Na linha 11, esta aluna retoma o termo "um quarto", aparentemente porque o ouviu anteriormente (linhas 2 e 3), mas já com alguma insegurança. Finalmente, na linha 12, Daniel empreende a leitura do número de divisões da barra de chocolate (o número de partes que compõem o todo), condição necessária para poderem prosseguir com a resolução do problema.

Durante toda a resolução da tarefa (que leva sensivelmente 3 minutos), existem apenas estas três ocorrências de um termo associado às fracções ("um quarto", nas linhas 2, 3 e 11). Aparentemente, Daniel é o único elemento do grupo que mostra saber como traduzir o símbolo $\frac{1}{4}$ em linguagem verbal.

As dificuldades dos alunos no uso da linguagem verbal associada às fracções são ainda mais nítidas na tarefa 2, como se vê durante a leitura do enunciado[29]:

7) Amélia – Vá, vamos lá: A Maria tem 60 bombons que quer partilhar com alguns colegas. Deu ah…
8) Daniel – Dois terços
9) César – Hã? Dois terços? Um terço, não, ai…
10) Daniel – Dois terços, sim
11) Amélia – Não isto não é dois terços.
12) Daniel – Vá, continua… Aos colegas da natação…
13) Amélia – Da natação e três qualquer coisa aos colegas da turma. Quantos bombons deu a Maria aos colegas da natação?

Na linha 8, $\frac{1}{2}$ é erradamente lido como "dois terços" por Daniel, a que se segue alguma confusão nos alunos, e, na linha 13, $\frac{1}{3}$ é lido como "três qualquer coisa", evidenciando claramente que os próprios alunos reconhecem as suas dificuldades.

[29] Mantemos a numeração das linhas do episódio, para proporcionar uma melhor percepção do momento em que este ocorreu.

Conhecimento da linguagem simbólica das fracções

Apesar das dificuldades manifestadas no uso do vocabulário associado às fracções, Amélia e Daniel mostram perceber o que fazer com a representação simbólica. Na tarefa 1, tendo identificado o número de partes que compõem o todo, reconhecem que têm de dividir o número obtido pelo denominador. É isso que Daniel começa desde logo por afirmar na linha 15:

15) Daniel – 12 a dividir por 4? Este a gente pinta aqui. Sim! Se isto é 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. 12 a dividir por 4?
16) Amélia – 12 a dividir por 4...
17) Daniel – Dá 4.
18) César – 12 a dividir por 4?!
19) Amélia – Não, não dá 4.
20) César – Não...
21) Daniel – Dá 3!
22) Amélia – Não.
23) Daniel – Então 3 e 3 são 6...
24) César – Podemos fazer aqui a conta.
25) Daniel – 3 e 3 são 6... 6 + 6 são 12, são 4. Olha já sei o que é.
26) César – 4 + 2, 8
27) Daniel – Trabalha aqui... 3, 3 + 3, 12
28) César – A dividir ou vezes?
29) Amélia – É 3, é 3.
30) Daniel – É 3, é.
31) César – Mas isto é a dividir ou é... ou é...
32) Daniel – É a dividir.
33) Amélia – Não, é 3 por causa que 12 a dividir por 4 é 3.
34) Daniel – 3 + 3 são 6 + 3, 9 +3, 12.
35) Amélia – Ya e deu aqui 4... 12

Tendo reconhecido que é necessário dividir 12 por 4, o que merece a concordância de Amélia, é o próprio Daniel quem se confunde a si mesmo dizendo, na linha 17, que o resultado dessa divisão é 4. Isto conduz a alguma confusão no grupo, parecendo os alunos falarem a várias vozes, até que Daniel, na linha 21, parece convencido que realmente o resultado é 3 e Amélia, na linha 29, parece estar já igualmente convencida. Só César ainda hesita, manifestando inclusivamente dúvidas se é necessário dividir ou multiplicar para obter a resposta.

No raciocínio dos alunos parece estar a noção de número racional como operador (aqui temos o operador $\frac{1}{4}$). No entanto, esta noção de operador transforma-se na ideia que é necessário fazer uma divisão. A intervenção de César sugere claramente que não está a pensar em termos de fracções ou números racionais mas sim de operações (na linha 31, pergunta se é de dividir ou de "vezes"), sendo necessário saber qual a operação a seleccionar.

No meio da discussão, Daniel mostra como 12 se pode obter pela soma de quatro quantidades iguais (linha 25). Amélia, pelo seu lado, usa o argumento formal da divisão, para defender a correcção da resposta (linha 33): "é 3 por causa que 12 a dividir por 4 é 3". Ou seja, embora tendo dificuldades em verbalizar a representação simbólica das fracções, os alunos usam esta representação (no caso da fracção $\frac{1}{4}$) com desembaraço, interpretando a fracção como divisão.

Na tarefa 2 a), Amélia e Daniel percebem rapidamente que o problema requer a divisão por 2, e dão a resposta correcta à questão. Preocupam-se com a clareza da resposta ("letra bem feita"). César, pelo seu lado, participa muito pouco ao longo da resolução desta tarefa. O momento de trabalho seguinte começa com uma negociação do modo de trabalhar dentro do grupo:

17) Amélia – Não, mas espera tu não podes ser só tu a pensar, ele também tem, espera…
18) Daniel – sim, sim. Por exemplo…
19) Amélia – Não dos 60 bombons tens que tirar isto.
20) Daniel – Não porque isto aqui é da turma. Deu aos da natação, é este (indica $\frac{1}{2}$).
21) Amélia – Ah, pois é, é este, ya. Então agora temos de ver.
22) Daniel – É 60:2.
23) Amélia – 60:2 claro.
24) César – Mas temos que fazer mesmo a conta.
25) Amélia – Qual é que na tabuada do 2 dá 6… É 3.
26) Daniel – É 30, é 30.
27) Amélia – Dá 30. Ah, ya tínhamos lembrado da metade de 60.
28) Daniel – Ohh.
29) Amélia – Esqueci-me…

Daniel, na linha 20, não usa a expressão "um meio", limitando-se a apontar, mas, na linha 22, mostra saber que se trata de dividir por 2. Os alunos calculam o resultado da divisão 60:2 "fazendo a conta", ou seja, usando o algoritmo (linha 25). No entanto, num momento seguinte evidenciam algum sentido de número – pois conseguem relacionar dividir 60 por 2 com dividir 6 por 2. Finalmente, é de notar que (na linha 27), Amélia fala de "metade", usando aqui um elemento básico fundamental do vocabulário das fracções.

O conceito de explicação matemática

Num momento subsequente da realização da tarefa 1 surge uma interacção interessante entre a professora e o grupo dos três alunos. A professora pede uma explicação para a resposta dada pelos alunos e estes ficam admirados pois pensam que "fazer a conta" seria uma justificação suficiente.

51) Prof. – Olhem meus meninos têm de explicar aqui na primeira porque é que escolheram o 3 e não escolheram outro número qualquer.
52) Amélia – Ah! Então nós tínhamos feito a conta mas a pensávamos que não era preciso pôr.
53) Prof. – É, é. Até para depois quando forem explicar aos colegas, nós depois vamos partilhar aqui (…) vocês se lembrarem como é que pensaram.
54) Amélia – Então Daniel temos de fazer 12:4.
55) Daniel – Por 4, ya.

56) César – Aqui é quanto?
57) Daniel – 12:4.
58) Amélia – Quanto é que na tabuada do… Ai, esquece, já tinhas visto que era o 3. Pronto já está.

Na sequência, os alunos voltam a indicar a conta e a enunciar a resposta, evidenciando que continuam a não perceber que tipo de "explicação" adicional poderá pretender a professora…

E já no final da resolução da tarefa 2, Amélia, enuncia de forma muito clara o seu entendimento do que são as respostas em Matemática, quando diz:

84 Amélia – Não, mas é assim, na Matemática não é preciso respostas completas, não é preciso dizer isso tudo. Na Matemática é mais contas, não é Daniel?

DISCUSSÃO

Como referimos na introdução, este artigo debruça-se sobre a compreensão dos números racionais por parte dos alunos do 5.º ano do ensino básico, tendo em atenção o modo como usam as representações verbal e simbólica (de fracção). Os resultados apresentados neste estudo têm de ser interpretados no contexto dos programas de Matemática portugueses do 1.º ciclo que serviram de base à aprendizagem dos alunos (Ministério da Educação, 1990), que, como referimos, privilegia a representação decimal e circunscreve o trabalho com fracções à noção de operador. Verificamos que, como seria de esperar, os alunos parecem interpretar razoavelmente bem a representação pictórica e que, apesar do significado parte-todo, muito provavelmente, não ter sido objecto de ensino explícito, os alunos parecem ter desenvolvido uma compreensão básica a seu respeito. Além disso, curiosamente, os alunos conseguem interpretar a representação simbólica de operadores fraccionários como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$, mas têm muita dificuldade ou não sabem mesmo como os exprimir em termos verbais. Esta dificuldade no uso da representação verbal limita seriamente a compreensão dos alunos dos números racionais, levando-os a desenvolver um significado essencialmente numérico, ligado à ideia de divisão – uma fracção é a indicação de uma "conta" que é necessário fazer, usando, por exemplo, o conhecido algoritmo de papel e lápis. Os alunos associam $\frac{1}{3}$ a uma divisão cujo divisor é o número 3, mas este 3 representa para eles 3 "unidades" e não a divisão de um todo em 3 partes iguais. Deste modo, a compreensão do significado parte-todo está fortemente condicionada por uma ideia mais forte – a visão de fracção como "operação de dividir".

Ambos os problemas apresentados neste artigo têm um contexto que se pode considerar próximo das vivências de alunos desta idade, uma vez que pode ser natural para muitos destes alunos partilharem pedaços de chocolate ou mesmo uma caixa de bombons ou de rebuçados. Geralmente, as crianças começam a "partilhar" desde tenra idade, sem qualquer tipo de conhecimento formal sobre números racionais, fracções ou decimais. Isso pode justificar também o facto de os alunos terem conseguido resolver com sucesso ambos os problemas, sem que, contudo, tenham conseguido verbalizar as fracções apresentadas.

As práticas profissionais dos professores do 1.º ciclo do ensino básico tendem a dar uma grande ênfase a aspectos do simbolismo matemático, ao mesmo tempo que deixam em segundo plano o uso da representação verbal, promovendo o desenvolvimento dos significados de "um meio", "um terço", "terça parte", "um quarto", "quarta parte", "um décimo", "décima parte", etc. Estas práticas parece terem conduzido os alunos para uma aprendizagem essencialmente processual – alguns deles conseguem resolver determinados tipos de problemas, mas têm dificuldade em explicar o que fizeram e em controlar as suas respostas, mostrando, além disso, em diversos momentos, uma significativa insegurança (é o caso de Amélia e Daniel). Outros mostram grande dificuldade em perceber os próprios enunciados dos problemas e, consequentemente, na sua resolução (como acontece com César). Deste modo, o estudo das práticas profissionais dos professores, para além dos aspectos em que têm sido objecto de atenção (Ponte e Serrazina, 2004), deve igualmente debruçar-se sobre o modo como estes trabalham com as diferentes representações e as inserem nas práticas de comunicação na sala de aula.

CONCLUSÃO

Os resultados deste estudo sugerem grandes dificuldades dos alunos no início do 2.º ciclo na sua compreensão dos números racionais, em particular nas representações verbal e simbólica (fracção). O novo programa de Matemática (Ministério da Educação, 2007) refere a necessidade de trabalhar de forma integrada, durante o 1.º ciclo, as representações de fracção e decimal. Este estudo sugere que existe igualmente uma forte necessidade de trabalhar integradamente com as representações verbal e pictórica, levando todas as representações a apoiar-se mutuamente, de modo a que os alunos compreendam que várias representações podem representar a mesmo objecto (de um certo conjunto numérico), e favorecer o desenvolvimento de um sentido de número racional associado a uma compreensão de ordens de grandeza e de relações entre números, base essencial para uma efectiva compreensão da Matemática nos anos subsequentes.

Salienta-se também a importância de se trabalhar na sala de aula com tarefas que envolvem contextos próximos da realidade dos alunos que favorecem raciocínios intuitivos que, devidamente integrados, os ajudam a construir novos conhecimentos. Deste modo é também possível que a construção de novas representações por parte dos alunos seja feita a partir das suas representações informais, proporcionando o desenvolvimento dos seus recursos para o raciocínio matemático (Webb, Boswinkel e Dekker, 2008).

REFERÊNCIAS

Bishop, A., e Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson e M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.

Charalambous, C. Y., e Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understanding of fractions. *Educational Studies in Mathematics, 64*, 293-316.

Goldin, G. (2000). Representation in school mathematics: A unifying research perspective. In J. Kilpatrick, W. G. Martin e D. Shifter (Eds.). *A research companion to Principles and standards for school mathematics* (pp. 275-285). Reston, VA: NCTM.

Goldin, G., e Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. In A. Cuoco (Ed.), *The roles of representation in school mathematics* (NCTM Yearbook 2001, pp. 1-23). Reston, VA: NCTM.

Jorgensen, D. L. (1989). *Participant observation: A methodology for human studies*. Newbury Park, CA: Sage.

Kieran, C., e Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 179-198). Reston: NCTM.

Lamon, S. (2001). Presenting and representing from fractions to rational numbers. In A. Cuoco (Ed.) *The roles of representation in school mathematics* (NCTM yearbook, 2001, pp. 146-165). Reston, VA: NCTM.

McIntosh, A., Reys, B. J., e Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, *12*(3), 2-8 e 44.

Ministério da Educação (1990). *Programa do 1º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do ensino básico*. Lisboa: DGIDC. (disponível online)

Monteiro, C., e Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante, 14*(1), 89-108.

Monteiro, C., e Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional*. Lisboa APM.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM.

Owens, D. T. (1993). Teaching and learning decimal fractions. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 159-178). Reston: NCTM.

Parker, M., e Leinhardt, G. (1995). Percent: A privileged proportion. *Review of Educational Research*, *65*(4), 421-481.

Ponte, J. P., e Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática para o 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P., e Serrazina, L. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante, 13*(2), 51-74.

Streefland, L. (1991). Fractions, an integrated perspective. In L. Streefland (Ed.), *Realistic mathematics education in primary school* (pp. 93-118). Utrecht: Freudenthal Institute.

Webb, D., Boswinkel, N., e Dekker, T. (2008). Beneath the tip of the iceberg: Using representations to support student understanding. *Mathematics Teaching in The Middle School, 14*(2), 111-113.

NOTICIAS

Ao décimo sétimo dia do mês de Abril de dois mil e dez, pelas dezoito horas e trinta minutos, realizou-se na sala Caparica B do Hotel Costa da Caparica, a Reunião da Constituição da Sociedade, com a seguinte Ordem de Trabalhos:

1. Informações
2. Discussão e aprovação dos Estatutos
3. Sócios Fundadores
4. Eleição da Comissão Executiva.

Estiveram presentes os elementos que convocaram a reunião, António Domingos, Darlinda Moreira, João Pedro da Ponte, José Manuel Matos, Leonor Santos e Lurdes Serrazina, vários elementos da Comissão Promotora da Sociedade e ainda outras pessoas, sendo que, no conjunto estiveram presentes na reunião cinquenta e duas pessoas.

No cumprimento do número um da ordem de trabalhos Leonor Santos apresentou o ponto da situação relativa à criação da Sociedade bem como os objectivos e natureza da presente reunião.

No cumprimento do número dois da ordem de trabalhos - Discussão e aprovação dos Estatutos - João Pedro da Ponte apresentou a proposta dos estatutos, os quais foram discutidos ponto por ponto, tendo sido todos os pontos aprovados por unanimidade conforme documento que se anexa à presente Acta (anexo II), tendo sido assim aprovados os Estatutos da Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática (SPIEM)

No cumprimento do número três da ordem de trabalhos – Sócio Fundadores – e de acordo com os Estatutos aprovados no ponto anterior, constituíram-se como potenciais Sócios Fundadores (uma vez que só o serão aqueles que quando fundada a Sociedade se inscreverem como sócio) todos os presentes que manifestaram a sua vontade, tendo sido ainda esclarecido que todos aqueles que não estando presentes mas pertencentes á Comissão Promotora da Sociedade poderiam ser considerados Sócios Fundadores (lista em anexo).

Finalmente no cumprimento do ponto quatro da ordem de trabalhos - Eleição da Comissão Executiva - Leonor Santos expôs de uma forma breve as várias demarches legais necessárias para a constituição da Sociedade, tendo sido aprovado por unanimidade em votação de braço no ar a Comissão Executiva que é composta pelos seguintes elementos: Ana Paula Canavarro, António Domingos, Darlinda Moreira, João Pedro da Ponte, José Manuel Matos, Leonor Santos e Lurdes Serrazina.