2

Desenvolvimento curricular: contributos de um projecto centrado no sentido do número

Joana Brocardo
Escola Superior de Educação de Setúbal

Neste texto apresento e analiso as principais características de um projecto de desenvolvimento curricular – o projecto *Desenvolvendo o sentido do número: perspectivas e exigências curriculares*[1] – procurando que a discussão que apresento contribua para uma reflexão em torno de aspectos de natureza curricular ligados ao tema dos números e das operações.

Depois de explicitar o contexto percursor do projecto indico os seus objectivos e analiso alguns dilemas que a equipa do projecto enfrentou durante o desenvolvimento do trabalho. Finalmente, explicito as características para que evoluiu e organizo uma curta reflexão final.

Ideias percursoras do projecto

A ideia de desenvolver o projecto enraizou-se numa análise crítica de vários aspectos relacionados com os números e as operações. Destaco os que dizem respeito aos documentos curriculares oficiais e ao conhecimento sobre o modo como tradicionalmente se ensina e aprende este tema.

Os documentos curriculares oficiais

No programa de Matemática para o 1º Ciclo do ensino básico o tema Números e Operações é um dos quatro blocos do programa. Neste documento recomenda-se, por exemplo, uma especial atenção ao cálculo mental e considera-se que a aprendizagem dos algoritmos deve surgir sempre como resultado de um longo trabalho com os números e as operações.

[1] O Projecto *Desenvolvendo o sentido do número: perspectivas e exigências curriculares* é financiado pela FCT com a referência POCI/CED/59680/2004.

Relativamente aos conteúdos/objectivos, apresentados ano a ano, não reflectem uma preocupação ao nível da trajectória da aprendizagem. Em nosso entender reflectem uma divisão *básica* dos objectivos/conteúdos ou seja, na repartição pelos vários anos usa-se uma lógica: da aparente crescente complexidade que não tem em conta o que a investigação recomenda. As indicações relativas às tabuadas e aos números decimais permitem precisar esta crítica ao Programa de 91.

Relativamente à tabuada o programa indica um caminho de construção e memorização que segue uma lógica crescente: começar pela tabuada do 2, depois a do 3, depois a do 4, … . Ora, se se tiver em conta uma organização da tabuada pensada de modo a explorar relações que favoreçam a aprendizagens, o trabalho em torno da tabuada do 5 deve ser feito antes de trabalhar a do 3 e a do 4. De facto, as contagens de 5 em 5, são essenciais para estruturar o cálculo mental e para facilitar a passagem da contagem "pobre" de 1 em 1 para contagens mais "potentes". Sendo assim, a aprendizagem da tabuada do 5 é fácil para os alunos e, se for feita mais cedo, reforça conhecimentos importantes e que devem ser dominados bastante cedo (Heuvel-Panhuizen, 2001).

Quanto aos números decimais, tanto a opção de os introduzir antes das fracções, como as indicações que são dadas relativamente a eles revelam uma opção que é hoje bastante contestada. Muitos autores recomendam que o conceito de fracção anteceda o de número decimal. Também, mesmo que tal não aconteça, estabelecer como faz o Programa que no 3º ano os alunos relacionem *dezena, centena, milhar, décima e centésima com a unidade e entre si* e que só se fale de *milésima* no 4º ano, é uma opção que é feita sem pensar no modo de introduzir os conceitos. No 3º ano os alunos já fizeram um caminho de estruturar o sistema de numeração decimal que justifica o prolongamento para a subdivisão da unidade realizado de forma análoga ao que foi feito com a unidade, dezena, centena e milhar.

O currículo nacional publicado em 2001, embora perspectivando aspectos que nos parecem muito relevantes, constitui um documento de carácter geral que não concretiza directrizes de desenvolvimento da aprendizagem.

Em suma, esta crítica aos documentos curriculares oficiais pode ser resumida do seguinte modo: embora coexistam indicações gerais e específicas, não se formulam articulações nem directrizes de desenvolvimento que permitam identificar o que é central, tudo é importante.

O que sabemos da prática

O Relatório Matemática 2001 (APM, 1998) indica, de um modo geral, uma tendência para optar por aulas expositivas, por usar pouco os jogos didácticos ou os materiais manipuláveis. Identifica, também, o predomínio claro do manual escolar para apoiar a preparação das aulas.

Embora este relatório não analise dados relativos ao 1º Ciclo, a ideia de que a situação neste ciclo de ensino é análoga e de que predomina um ensino muito focado na aprendizagem por repetição de regras de cálculo, é bastante vincada. Precedendo o início deste projecto recolhemos e analisámos dados que confirmaram esta ideia. De facto, os dados analisados, evidenciam muitas dificuldades dos alunos no contexto da resolução de situações que envolvem o uso de conhecimentos relacionados com os números e as operações (Brocardo, 2004). Muitos alunos procuram cegamente uma "conta" para resolver um problema; predomina o uso de duas estratégias: desenhos ou "contas".

O exemplo seguinte permite ilustrar o tipo de respostas dos alunos às situações que lhes foram propostas. Uma das questões apresentadas foi:

O dono de um restaurante sabe que precisa de aproximadamente 150 velas por noite. As velas são vendidas em caixas de 48 velas cada uma. Aproximadamente, de quantas caixas precisa por noite?

Vejamos as respostas de Nuno e Ana:

Nuno faz a "conta" 48x3 bem e diz que com mais uma dava demais e depois responde 144. Ana faz a conta 150 – 48 sabe que não está bem mas não consegue perceber o que deve fazer. Responde 102.

Há alunos que resolvem bem o problema mas muito poucos o fazem como Artur que o resolve sem recorrer a uma "conta" em pé. Faz 48 + 48 = 96 e conclui "então é 3 caixas que dá para 150".

Objectivos do projecto e organização

No contexto do estudo sobre o desenvolvimento do sentido do número nos primeiros anos de escolaridade (dos 5 aos 12 anos), definiram-se os seguintes grandes objectivos do projecto:

a) construir materiais curriculares facilitadores do desenvolvimento do sentido do número (inteiros, decimais e fracções);

b) compreender o modo como as crianças desenvolvem o sentido do número, sobretudo no contexto de resolução de problemas;

c) identificar práticas profissionais e o tipo de currículo que favorecem o desenvolvimento do sentido do número.

A equipa do projecto reúne um conjunto de docentes das ESEs de Setúbal, Lisboa e Leiria, professores do 1º e 2º ciclos e educadores de infância e organiza-se em três grupos: Pré escolar, 1º Ciclo, 2º Ciclo. Cada um destes grupos está subdividido em vários sub-grupos, Cada um deles é constituído por professores das ESEs e de outros níveis de ensino ou educadores.

Um dos elementos da equipa do projecto desenvolveu uma plataforma de comunicação a distância que permite colocar materiais, discutir ideias e enviar mensagens. Para além da comunicação a distância, realizam-se anualmente várias reuniões de trabalho de toda a equipa ou dos grupos e sub-grupos.

O desenvolvimento do projecto: alguns dilemas

Durante o primeiro ano do projecto, a par de um aprofundamento teórico, desenvolvemos e testámos tarefas isoladas. Nesta fase a recolha de dados foi feita, sobretudo, com base na análise do professor que implementava a tarefa. No entanto, decidimos investir numa recolha de dados mais sistemática num dos sub-grupos, registando em vídeo a aplicação de duas tarefas. Estes dados foram analisados e discutidos com o objectivo de precisar categorias de análise e de construir um entendimento partilhado do modo de organizar e analisar os dados que a equipa iria recolher (Mendes e Delgado, 2006).

Este processo de construção, experimentação e avaliação de propostas de trabalho para as aulas, a par da análise dos dados recolhidos fez vir a lume algumas questões cuja análise e discussão muito nos ajudou a evoluir. Apresento, em seguida, os principais dilemas que enfrentámos explicitando as opções que tomámos.

Sentido do número e progressão de aprendizagem

Embora com formulações não totalmente idênticas, a definição de sentido de número proposta por Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) – compreensão global do número e das operações a par da capacidade de usar essa compreensão de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações – reúne os aspectos que considero essenciais.

No entanto, trata-se de um definição global cuja precisão engloba um grande número de aspectos. Por exemplo, para McIntosh *et al.* (1992), sentido do número envolve:

- O *conhecimento e destreza com os números* que inclui o sentido da regularidade dos números, múltiplas representações dos números, o sentido da grandeza relativa e absoluta dos números e o uso de sistemas de referência que permitem avaliar uma resposta ou arredondar um número para facilitar o cálculo;

- O *conhecimento e destreza com as operações* que envolve a compreensão do efeito das operações, a compreensão das propriedades e a compreensão das relações entre as operações;

- A *aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo* que inclui a compreensão para relacionar o contexto e os cálculos, a consciencialização da existência de múltiplas estratégias, a apetência para usar representações eficazes e a sensibilidade para rever os dados e o resultado.

Baseada na análise dos contributos de vários autores a equipa do projecto foi aprofundando a sua compreensão de sentido de número. No entanto, prevaleceram duas dificuldades:

- quando se discute o sentido do número há um claro predomínio dos números naturais. Mas nós, centrados em alunos dos 5 aos 12 anos, tínhamos de pensar também nos números decimais e nos fraccionários;

- a discussão do conceito do sentido do número que realizámos com base na literatura sobre o tema, embora esclarecedora, não concretiza aspectos ligados à progressão da aprendizagem.

A equipa tem vindo a encontrar vias de ultrapassar estas duas dificuldades. Relativamente à primeira, temos vindo a estudar várias problemáticas relacionadas com o ensino e a aprendizagem dos números racionais positivos (ver Monteiro e Pinto, 2005).

Relativamente ao segundo aspecto temos realizado um progressivo trabalho de integração de ideias de autores que focam a aprendizagem dos números e das operações (Fosnot e Dolck, 2002; Heuvel –Panhuizem (Ed), 2001) com o que está previsto no currículo oficial.

Por exemplo, em relação ao 1º e 2º anos resumimos os conteúdos a trabalhar nas tarefas para os alunos da seguinte forma:

-2	**Números e Relações** *Compor e decompor* quantidades (números inteiros de coisas, pessoas, etc.) e de grandezas (números inteiros de euros, cm, etc.) usando as estruturas adequadas: - Dobros - Grupos de 5 e 10 - Grupos de 2 e 4, 3 e 6 - Combinações • Comparar e ordenar quantidades ou grandezas e determinar a diferença por reestruturação, mudando de unidades de contagem/medida: 2 caixas de 20 laranjas é o mesmo que 4 sacos de 10 laranjas e 8 tabuleiros de 5 laranjas. • Representar simbolicamente estas actividades em linha e por agrupamento (estruturar)	**Operações** Transformar os procedimentos de adição e de subtracção por contagem por procedimentos de cálculo estrutural. Raciocinar utilizando: - os (quase) dobros (\`simples´e \`grandes´) - a decomposição dos números em *(múltiplos de) 5 mais ...* - a decomposição de 10 em 1 e 9, 2 e 8, etc. e do 20 em 11+9, 12+8, etc. - a decomposição de 10 em 1 e 9, 2 e 8, etc. e de 20 e 11+9, 12+8, etc. - (quase) 10 a mais ou 10 a menos E raciocinar aplicando: - a propriedade associativa e comutativa da adição, - a relação inversa entre a adição e a subtracção - as regras de cálculo por equivalência: podemos transformar uma adição somando a um termo o que subtraímos ao outro (9+2=10+1) e uma subtracção somando ou subtraindo a mesma quantidade a cada termo (14-9=15-10 e 12–3=10-1)

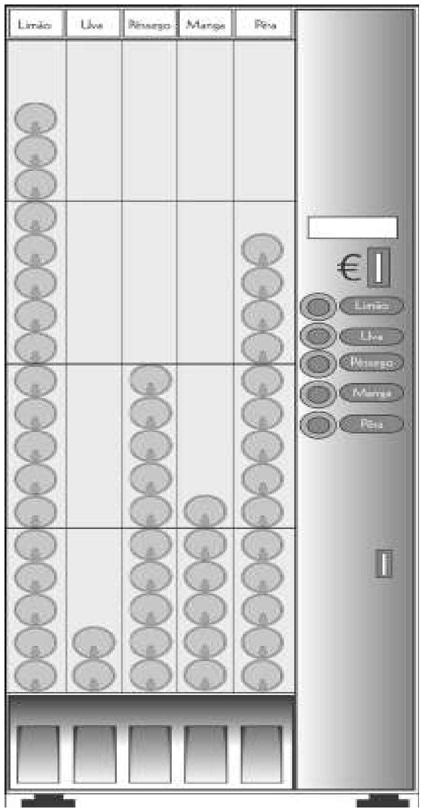
Esta organização vai muito além de uma simples escolha de alguns dos conteúdos do programa ou de uma re-organização da ordem de os abordar. De facto, procura-se, por um lado estruturar os números e relações de uma forma organizada e, por outro, ancorar as operações no trabalho em torno dos números e relações. Veja-se o seguinte exemplo, em que se recorre ao conceito do "dobro de". Tradicionalmente introduz-se o "dobro de" recorrendo a vários exemplos e pedindo aos alunos que resolvam exercícios em que se pede para calcular o dobro de vários números. Na nossa proposta este conceito é basilar e usado para efectuar cálculos em situações como 13 +12 (dobro de 12 mais 1) ou 50-25 (é 25 porque 25 + 25 é 50).

Características das tarefas e das sugestões para o professor/educador

Correspondendo à nossa própria evolução do entendimento dos aspectos envolvidos no sentido do número e do modo como se deveria organizar a aprendizagem, assim evoluíram as tarefas que desenvolvemos e o modo como se pensaram as indicações para o professor.

A tarefa "a máquina de bebidas" ilustra bem a preocupação de que o contexto proposto para exploração favoreça a profunda conexão entre número/relações e operações que referi anteriormente.

Esta tarefa, destinada ao 1º ano, foi pensada de modo a que os separadores horizontais favoreçam uma contagem de 5 em 5. A fila com 10 latas tinha o objectivo de também favorecer a contagem a partir do grupo 10 (10 + 5 + 3; 10 + 4).

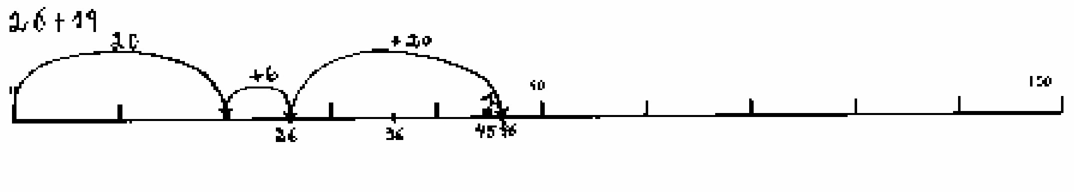


As questões que foram propostas para explorar este contexto, assentavam nestes aspectos e, também, no facto de duas das filas serem "complementares": para ter a fila das latas de limão completa faltavam 2 latas e havia 2 latas de uva; para ter a fila das latas de pêra completa faltavam 6 latas e havia 6 latas de manga. Deste modo, ao pedir para calcular o número de latas de pêra que faltavam para encher a máquina, estava-se a favorecer uma relação entre as relações numéricas exploradas e as operações – 14 (10 + 4) + 6 (1+5) dá 20, logo faltam 6 latas de pêra.

A compreensão das características que as tarefas deveriam ter de modo a favorecer o sentido do número, tem sido um longo caminho que nos tem levado a abandonar tarefas que inicialmente víamos como muito interessantes. Por exemplo, a tarefa "a caminho da escola" foi inicialmente pensada para introduzir o modelo da recta numérica.

A caminho da escola

O pai da Rita é motorista num autocarro que transporta alunos para as escolas do sítio onde vive. Ela não teve aulas e resolveu fazer uma dessas viagens com o pai. Como ele tem que registar o número de alunos que entram e saem em cada escola, resolveu pedir ajuda à Rita.
Como a Rita gosta muito da recta numérica, começou assim a fazer os seus registos.



Tu podes também recorrer a ela ou então fazer outros cálculos.

- 1ª paragem - entraram 26 crianças;
- 2ª paragem - entraram 19 crianças;
- 3ª paragem - entraram 21 crianças;
- 4ª paragem - entraram 20 crianças;
- 5ª paragem - saíram 9 crianças;
- Penúltima paragem - saíram 10 crianças;
- Última paragem...

1. Quantas paragens existem no percurso que o autocarro fez?
2. Qual foi a paragem em que começaram a sair crianças?
3. No final da 2ª paragem quantas crianças estão no autocarro?
4. E no final da 3ª paragem, quantos alunos já estão no autocarro?
5. No final da 4ª paragem, quantos alunos já leva o pai da Rita no autocarro?
6. Como saíram 9 alunos na 5ª paragem e não entrou ninguém, quantos alunos continuam em viagem?
7. Quantos são os alunos que saíram na última paragem?

No entanto, verificámos que estávamos a forçar o uso de um modelo e que os alunos não podiam construir as relações de modo a calcular o que lhes era pedido:

- tinha-se optado por representar como se podia saltar 26. No entanto, para representar esta situação, seria natural começar com o 26 marcado na recta;
- a estrutura da marcação de 10 em 10, pensada inicialmente para suportar contagens/saltos de 10, não traduzia o contexto e introduzia uma confusão desnecessária;
- os saltos representados eram já bastante "sofisticados" – saltar 26, em 20 mais 6 ou saltar 19 em 20 menos 1. Ora, uma vez que não era dada a oportunidade de cada aluno estruturar ao seu nível de desenvolvimento, estávamos a correr o risco de formalizar demasiado para alguns alunos e a favorecer o uso de uma regra mecanizada, mas não compreendida.

Correspondendo a esta evolução também evoluiu o modo como passámos a conceber as indicações para o professor. Inicialmente tivemos a tendência de explicitar globalmente as intenções das tarefas. Com o desenrolar do projecto passámos a ser mais minuciosos e a explicitar detalhadamente todos os aspectos envolvidos em cada proposta de trabalho.

Diferentes níveis de actividade

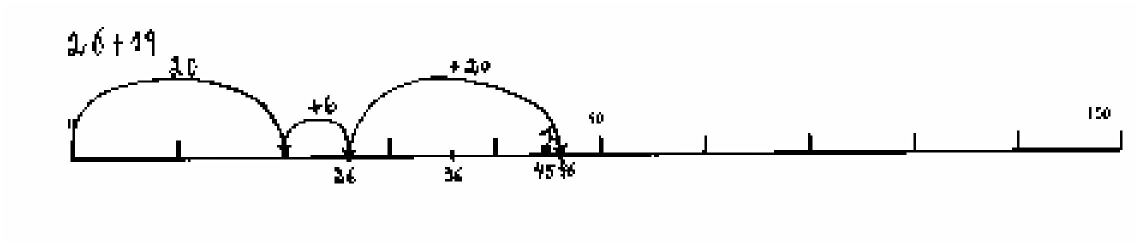
Um dos aspectos que nos colocou algumas dificuldades inicialmente foi o de perceber o significado da diferença entre as estratégias usadas pelos alunos. De facto, tínhamos a ideia de que era natural que houvesse alguma diversidade de caminhos usados e que desde que o aluno resolvesse a situação proposta, *tudo estava bem*. Com o evoluir do trabalho e da experimentação, fomos ganhando uma certa sensibilidade para analisar as respostas dos alunos e para perceber as diferenças. É muito diferente só contar de 1 em 1 ,de usar a estrutura do 5 ou do 10 ou saber usar mentalmente o complemento para 20.

Aliado a este aspecto procurámos questões e propostas intencionais que permitissem que os alunos desenvolvam progressivamente conhecimentos mais sofisticados. Esta procura não tem sido fácil. No entanto, temos tido presente os conceitos de modelo de/modelo para, assim como os níveis de actividade referidos por (Gravemeijer, 1997, 2005).

Como refere este autor a mudança do *modelo de* para o *modelo para*, corresponde à mudança entre pensar no modelo de cada situação do pensar nas relações matemáticas. Relacionado com isto, consideram-se dois tipos diferentes de actividade:

- actividade ligada a um referencial em que a acção com o modelo decorre do significado do contexto de cada situação
- actividade geral em que a acção com o modelo decorre do significado das relações matemáticas envolvidas.

Compreende-se agora melhor a nossa opção de abandonar a tarefa “a caminho da escola”. A representação que se fazia na recta – *actividade ligada a um referencial* - não correspondia, como foi referido anteriormente, ao *modelo que decorre do significado do contexto da situação*.



Estes dois tipos gerais de actividade podem ser complementados por outros dois: um ao nível do enunciado da tarefa e um outro a um nível mais formal de actividade matemática em que os alunos já não precisam de modelos.

Gravemeijer considera assim 4 níveis de actividade:

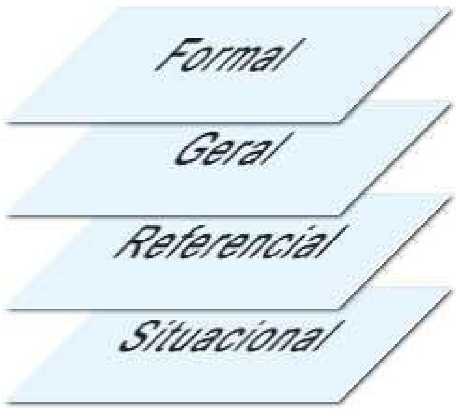


Figura 1 – Níveis de actividade (Gravemeijer, 2006)

No nível de actividade situacional a interpretação e as soluções dependem da compreensão de como actuar no contexto. No nível de referencial usa-se um modelo da situação o *modelo de*. No nível geral usa-se um modelo que não se aplica apenas naquela situação particular e que pode ser usado em todas as situações de um certo tipo – *modelo para*. Finalmente, no nível formal não há dependência de modelos que suportam a actividade.

Características para que evoluímos

Como referi anteriormente, a aprendizagem ao longo do trabalho de concepção e experimentação das tarefas levou-nos a evoluir no modo de pensar as tarefas e as sugestões para o professor. Também, de acordo com o propósito de compreender o modo como se desenvolve o sentido do número, começámos a planear e testar cadeias de tarefas.

Consideramos uma cadeia de tarefas como uma sequência de 3 ou 4 tarefas que procura desenvolver um conjunto de aspectos interrelacionados e que, constitui, ao fim ao cabo, o modo como se pensou uma trajectória de aprendizagem para alguns dos temas e relações incluídos no *sentido do número*.

O texto seguinte é um exemplo do modo como se apresenta globalmente uma cadeia de tarefas:

Esta cadeia centra-se na construção de uma trajectória de aprendizagem que parte do conhecimento relativo ao cálculo aditivo para desenvolver a noção de multiplicação. Mais concretamente foca as relações de dobro e de metade, as relações entre algumas tabuadas e a compreensão e aplicação das propriedades da multiplicação. Esta progressão de aprendizagem foi também prevista para introduzir o modelo da linha numérica dupla e para ampliar o conceito de multiplicação: para além de entender a multiplicação como adição repetida pretendia-se também relacioná-la com a disposição rectangular (modelo de área). Especifica-se, em seguida, o modo como com cada tarefa procurou operacionalizar esta trajectória de aprendizagem.

A esta apresentação global segue-se uma descrição tarefa a tarefa dos aspectos específicos de cada uma precisando a relação entre eles dentro da tarefa e na sua relação com as outras.

A par desta organização das tarefas a testar, organizámos uma recolha de dados sistemática que está neste momento a ser analisada. No quadro seguinte resumem-se os aspectos em que incidiu a recolha de dados efectuada até agora:

Ano	Aspectos em que incidia a cadeia de tarefas
Pré (5 anos)	Estruturar números até 10 Estruturar números entre 10 e 14. Modelar contagens de 2 em 2
2º ano	Partindo da disposição rectangular de objectos: - desenvolver estratégias de contagem usando a multiplicação; - explorar tabuadas; - usar propriedades da multiplicação;
2º ano	Partindo do conhecimento relativo ao cálculo aditivo para desenvolver a noção de multiplicação. Mais concretamente foca as relações de dobro e de metade, as relações entre algumas tabuadas e a compreensão e aplicação das propriedades da multiplicação
3º ano	Aprofundar os conhecimentos sobre a multiplicação usando as propriedades da multiplicação e equivalências apropriadas.
5º ano	Fazer uma primeira abordagem às fracções através da partilha equitativa, recorrendo ainda à relação parte todo e à fracção como operador, trabalhar a questão da unidade de referência, as fracções impróprias e as diferentes representações dos números racionais.

Uma vez que considerámos que a experimentação de uma cadeia de tarefas numa turma é um caso, estamos a concluir a análise de 6 casos que serão parte dos dados a ter em conta no estudo transversal do desenvolvimento do sentido do número.

No entanto, para que se possa aprofundar mais os aspectos relativos ao desenvolvimento do sentido do número, temos prevista a experimentação, em parte já levada a cabo de mais duas cadeias de tarefas: uma relacionada com os números decimais e outra com a divisão.

A terminar

Ao longo deste artigo procurei, ao caracterizar o trabalho e as reflexões da equipa do projecto *Desenvolvendo o sentido do número: perspectivas e exigências curriculares,* reflectir sobre aspectos relacionados com o sentido do número.

Embora ainda haja muito trabalho a realizar antes de dar por concluído este projecto (está previsto até Dezembro de 2007) penso que a aprendizagem realizada até agora nos permite avançar com uma sugestão de carácter curricular:

De uma organização curricular concebida a partir da lógica dos temas, temos de passar para uma organização curricular centrada na trajectória de aprendizagem do aluno. E note-se que isto tanto é importante quando se pensa em conteúdos/objectivos como quando se pensa em competências.

Referências

Heuvel-Panhuizen, M. (2001). *Children learn mathematics: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute.

Mendes, F. Delgado, C. (2006). Sentido do número: um estudo no 1º Ciclo. In Vale, I., Pimentel, T., Barbosa, A. Fonseca, L. Santos, L. Canavarro, P. (Orgs). *Números e álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. Secção de Educação Matemática SPCE.

Abrantes, P., Serrazina , L. e Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica.*

Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação básica.

Gravemeijer, K. (1997). Instructional design for reform in mathematics education.

Beishuizen, M, Gravemeijer, K.P.E. & E.C.D.M. van Liesthout (Eds.). *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures*. Freudenthal Institute, Utrecht, 13-34.

Mcintosh, A., Reys, B. J. e Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8 e 44.

APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e a aprendizagem da matemática.* Lisboa: APM.

Brocardo, J. (2004). Relatório do projecto Competências de cálculo e sentido do número. (Relatório não publicado).

Gravemeijer, K. (2005). What makes mathematics so difficult, and what can we do about it? In L. Santos, P. Canavarro e J. Brocardo (Orgs.). *Actas do encontro internacional em homenagem a Paulo Abrantes, Educação Matemática: caminhos e encruzilhadas* (pp. 83 – 101). Lisboa: APM.

Monteiro; C. e Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante, XIV*, 1.